

课堂测验三

1. 计算隐函数 $z = z(x, y)$ 之全微分，其中 x, y, z 满足

$$\cos^2 x + \sin^2 y + \sin^2 z = z^2$$

解：

两边同时求微分，得

$$d(\cos^2 x + \sin^2 y + \sin^2 z) = d(z^2).$$

化简可得

$$-2 \cos x \sin x dx + 2 \sin y \cos y dy + 2 \sin z \cos z dz = 2z dz.$$

因此

$$(2z - 2 \sin z \cos z) dz = -2 \cos x \sin x dx + 2 \sin y \cos y dy.$$

故而

$$dz = -\frac{\cos x \sin x}{z - \sin z \cos z} dx + \frac{\sin y \cos y}{z - \sin z \cos z} dy.$$

这就是隐函数 $z = z(x, y)$ 之全微分。